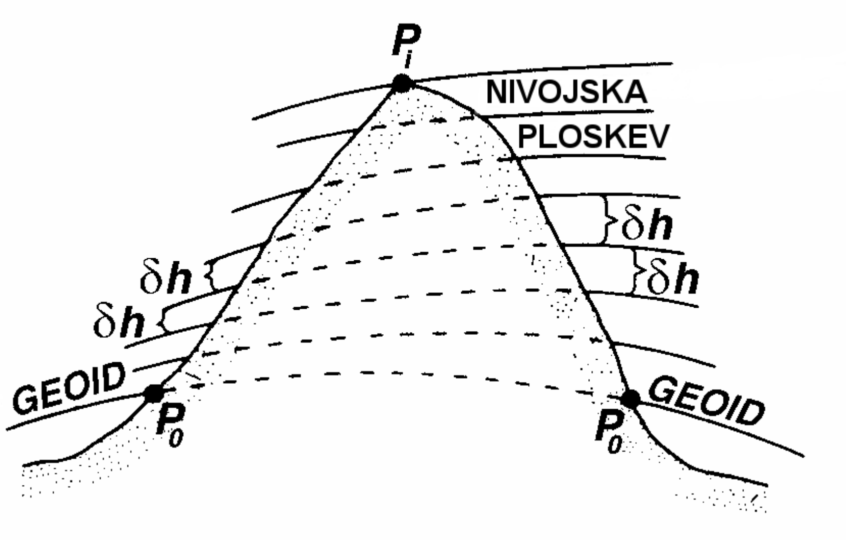
Sistemi višin

- Lega točke v tridimenzionalnem prostoru je določena s tremi koordinatami. Čeprav so koordinate neodvisne, ločimo v vsakdanjem življenju med položajem in višino.
- Pri izboru ustreznega sistema višin moramo upoštevati zahteve različnih uporabnikov, zahteve znanosti in posameznih strok.

Pogoji

- Pogoji, ki jih mora izpolnjevati teoretično neoporečen višinski sistem:
  - Višine točk morajo biti nedvoumno definirane in določljive neodvisno od poti niveliranja.
  - Višine točk naj bi bile določene na osnovi merjenj na površini Zemlje in pri tem naj bi upoštevali čim manj različnih hipotez (na primer o gostoti in porazdelitvi mas v notranjosti Zemlje).
  - Popravki merjenih višinskih razlik, zaradi privzetega višinskega sistema, morajo biti tako majhni, da jih ne upoštevamo pri nivelmanskih mrežah nižjih redov, ker so navezane na nivelmanske mrež višjih redov.
  - Višine točk bi naj bile podane v metrih in za njih mora obstajati geometrična razlaga.
  - V zadnjem času je prisotna zahteva, da bi naj višinski sistem omogočal enostavno povezavo z elipsoidnimi višinami, pridobljenimi na osnovi GNSS-meritev.
  - Poleg tega je dobro, če za primerjalno ploskev (izhodiščno ploskev računanja višin) obstaja fizikalna razlaga.

Princip geometričnega nivelmana



Koliko vpliva nevzporednost nivojskih ploskev na rezultat geometričnega nivelmana?

- Približno enačba za razmaknjenost sferopotencialnih ploskev (nivojske ploskve v normalnem težnostnem polju):

$$\Delta h \approx -0{,}0053\ h_m\ \Delta\phi\ \sin 2\phi_m$$

za dolžino niveliranja ℓ = 50 km, (ustreza razliki geografskih širin začetne in končne točke linije $\Delta\phi$=0,008 rad) in srednjo višino linije h_m=500 m, dobimo $\Delta h \approx 0{,}02$ m.

- Če vpliv nevzporednosti nivojskih ploskev ni zanemarljivo majhen, katera višina točke P_i je potem prava?

- Dvoumnost lahko odpravimo samo tako, da rezultat geometričnega nivemana, ki je kot smo videli odvisen od poti niveliranja, izrazimo z količino, ki bo od poti neodvisna.
- Enačba, ki podaja zvezo med višino in potencialom:

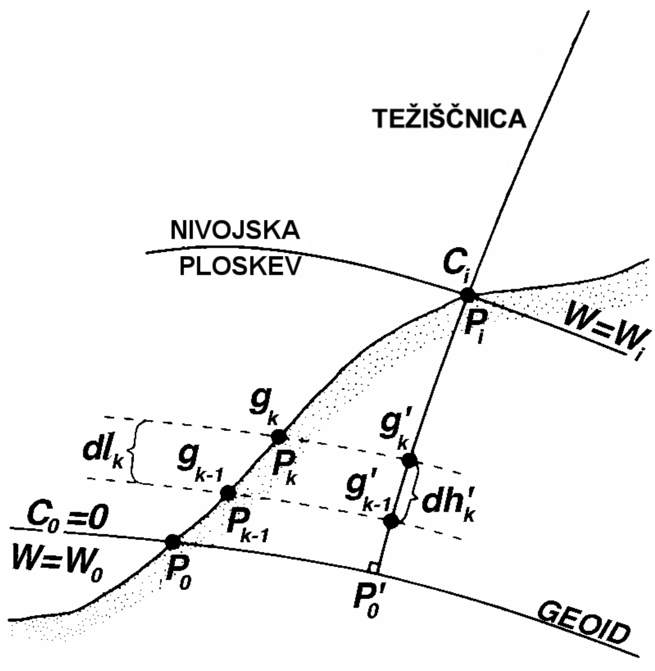
$$dW = -g\,dH.$$

- druga oblika enačbe: $$g = -\frac{\partial W}{\partial H}$$

- Skozi eno poljubno točko poteka samo ena nivojska ploskev in je torej tej točki prirejena samo ena vrednost potenciala W.
- Na ta način lahko težnostni potencial predstavlja eno možnost predstavitve enoličnega višinskega položaja.

Geopotencialna višina (kota)

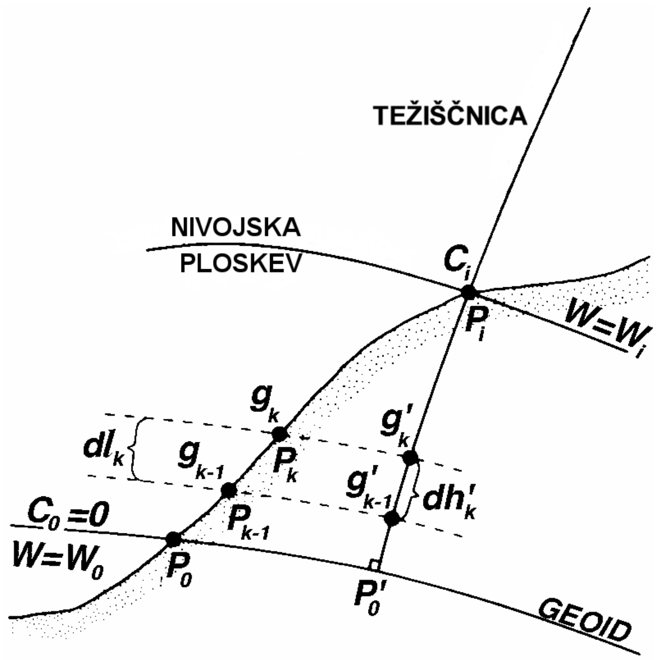
- Če sta nam znani vrednosti težnega pospeška na točkah, lahko s pomočjo prejšnje enačbe izračunamo razliko potencialov med tema dvema točkama.
- Razlika potencialov med dvema točkama je torej neodvisna od poti; izračunamo je lahko z integracijo enačbe $dW = -g\,dH.$



Geopotencialna višina (kota)

$$W_{P_i} - W_{P_0} = \int_{P_0}^{P_i} dW = -\int_{P_0}^{P_i} g\,dl = -\int_{P_o'}^{P_i} g'\,dh'$$

- integriramo vzdolž terena (dl) od geoida do točke P_i, ali pa vzdolž težiščnice (dh') točke Pi.
- Takšen nivelman imenujemo geopotencialni nivelman, saj povezuje geometrični nivelman z meritvami težnega pospeška (opravljenih na površini Zemlje).



Geopotencialna višina (kota)

- Razlike potencialov, ki so reducirane na geoid imenujemo geopotencialne višine (kote) (C), angl. "geopotential number".
- Zaradi protislovja, da vrednosti potenciala z naraščanjem višin upadajo, so geopotencialne višine definirane kot negativne razlike potencialov med geoidom in točko na površju Zemlje:

$$C_i = -(W_i - W_0) = (W_0 - W_i) = \int_{P_o}^{P_i} g\,dl = \int_{P_o'}^{P_i} g'\,dh'$$

- Enota za geopotencialno višino je t.i. *geopotencialno število* ("geopotential unit" – gpu): 10 m^2s^{-2} = 1 gpu = 1 kGalm = 1000 Galm

Praktično računanje C

- Ker je $g \approx 0{,}98$ kGal, sledi , da je:

$$C \approx gH \approx 0{,}98\,H$$

- V praksi nam nista znani količini l in g kot zvezni, krajevni funkciji. Zato integral v zgornji enačbi ne moremo obravnavati analitično, torej ga nadomestimo z vsoto:

$$C_{\mathrm{i}} = W_0 - W_{\mathrm{i}} = \sum_{k=i}^{j} \bar{g}_k \delta l_k$$

- Lastnosti C!

"Nadmorske" višine

- "Nadmorske" višine lahko izračunamo na dva načina:

1. Geopotencialno višino delimo z določeno vrednostjo težnega pospeška (dejanskega - g, ali normalnega - γ):

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{C}}{\text{težni pospešek}} = \frac{\left[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^{-2}\right]}{\left[\mathrm{m}/\mathrm{s}^{-2}\right]} = \mathrm{H}_{[\mathrm{m}]}$$

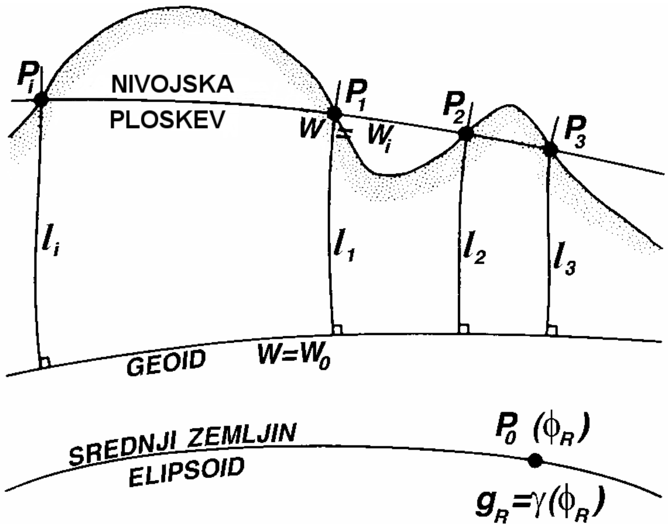
2. Merjeni, nivelirani višinski razliki prištejemo ustrezni popravek:

$$\mathrm{H}_{\text{[nadm]}} = \mathrm{H}_{\text{[niv]}} + \text{popravek}$$

Dinamične višine

- Če geopotencialno višino delimo z konstantno vrednostjo težnega pospeška (na primer na nivoju elipsoida za neko referenčno geografsko širino območja) dobimo t.i. *dinamične višine*:

$$H_i^D = \frac{C_i}{\gamma_0^{ref}}$$



- Dinamični popravek (DP):

$$DP_{ij} = \int_{P_i}^{P_j} \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k = \sum_{k=i}^{j} \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k$$

- Lastnosti!

Referenčna vrednost γ

- Večina literature navaja vrednost γ_0 za ϕ = 45°.
- Vendar, ta vrednost lahko da velike popravke v območjih, ki so geografsko daleč od te širine (severno in južno).
- Primer: ekvator - vrednosti g znaša približno $g \approx$ 9,78 ms^{-2}, normalni težni pospešek je γ_0^{45} = 9,806 ms^{-2}; za višinsko razliko 300 m znaša dinamični popravek *DP* = –0,8 m.
- Na vajah bomo privzeli vrednost γ_0 za ϕ = 46° (približna srednja vrednost geogr. širine Slovenije).

Ortometrične višine

- Ortometrična višina je odaljenost točke na površju Zemlje od geoida, merjeno po ukrivljeni težiščnici.
- Enačba za ortometrično višino:

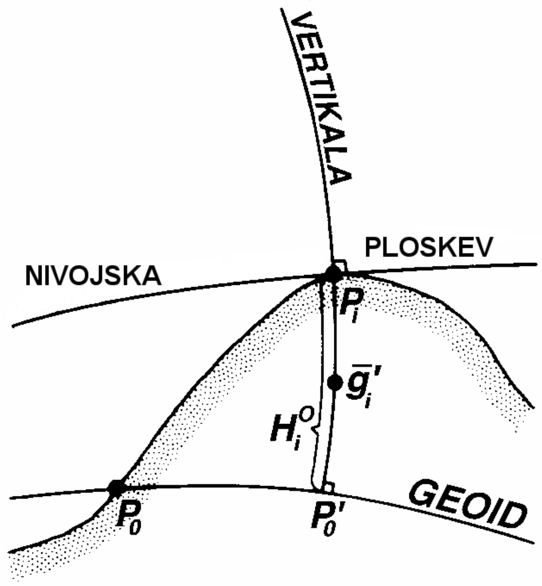
$$H = \int_{P_0'}^{P_i} dh'$$

pri čemer integriramo vzdolž težiščnice.

- Končna enačba za izračun ortometrične višine:

$$H_i = \frac{C_i}{\bar{g}_i'}$$

$\bar{g}_i'$ je srednja vrednost težnega pospeška vzdolž težiščnice v integralnem pomenu.



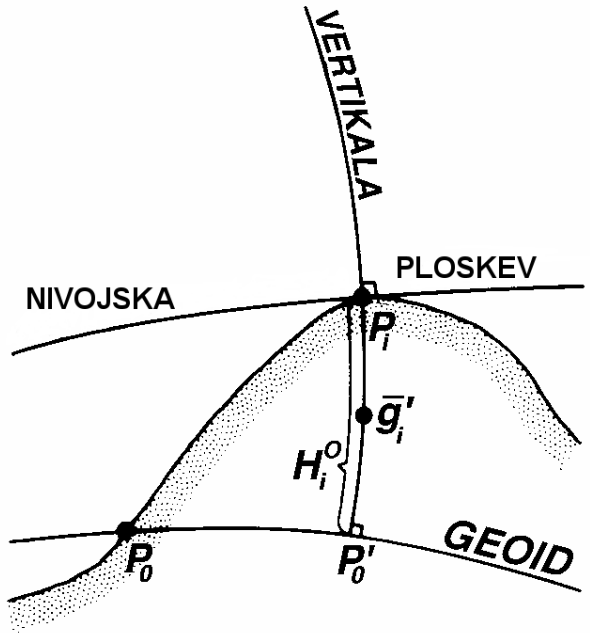
Ortometrične višine

- Ortometrični popravek (OP):

$$OP_{ij} = \sum_{k=i}^{j} \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k + \frac{\bar{g}_i - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} H_i - \frac{\bar{g}_j - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} H_j$$

- Ker lahko srednji težni pospešek vzdolž težiščnice določimo le na osnovi hipotez o gostoti, lahko v praksi določimo le bolj ali manj natančne aproksimacije ortometričnih višin.

- Lastnosti!



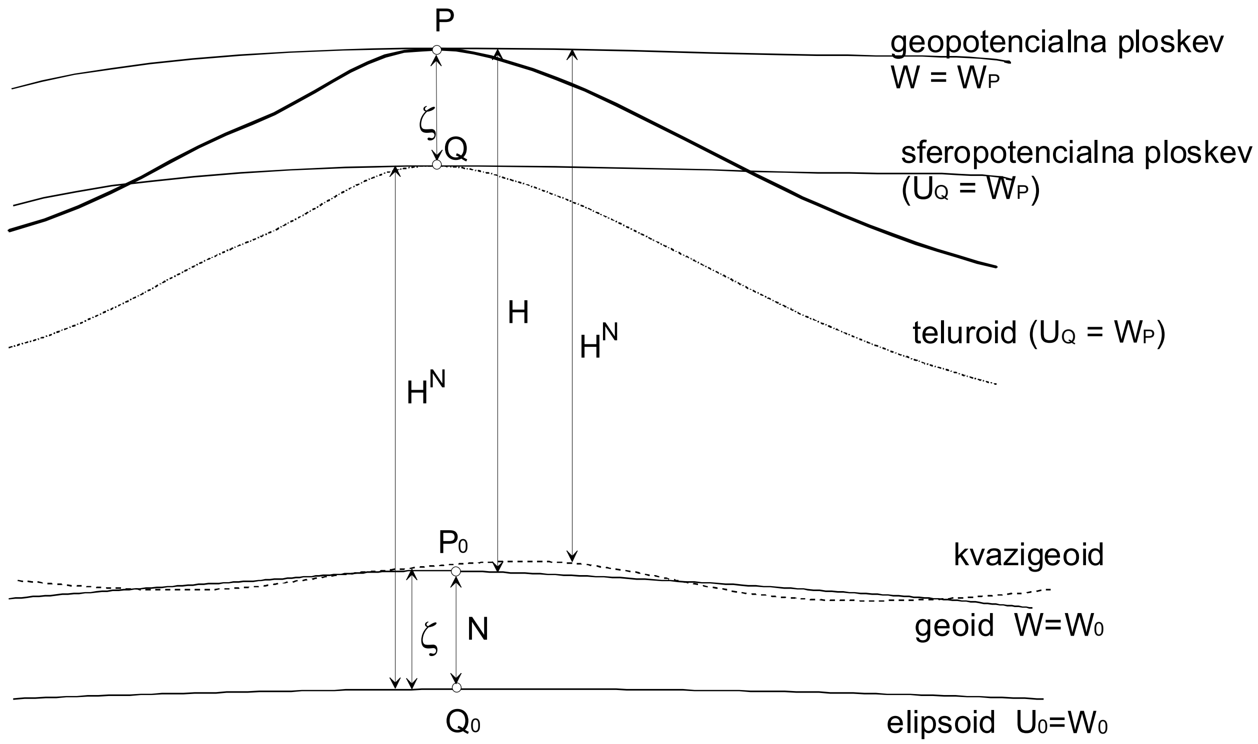
Normalne višine

- Da bi se izognil uvedbi hipotez o vrednosti težnega pospeška v notranjosti Zemlje, je M.S. Molodenski, leta 1954, predlagal uvedbo *normalnih višin* (H^N).
- Normalno višino dobimo če geopotencialno višino delimo z srednjo vrednostjo normalnega težnega pospeška na odseku "normalne težiščnice" točke P_i :

$$H_i^N = \frac{C_i}{\overline{\gamma}_i} \qquad \text{kjer je} \qquad \overline{\gamma}_i = \frac{1}{H_i^N} \int_0^{H^N} \gamma(\phi, h) dH^N$$

- Srednjo vrednost normalnega težnega pospeška iščemo na odseku težiščnice v normalnem težnostnem polju ("normalna težiščnica") med točko Q_o na nivojskem elipsoidu in točko Q na teluroidu.

Normalne višine



Normalne višine

- Normalni popravek (NP):

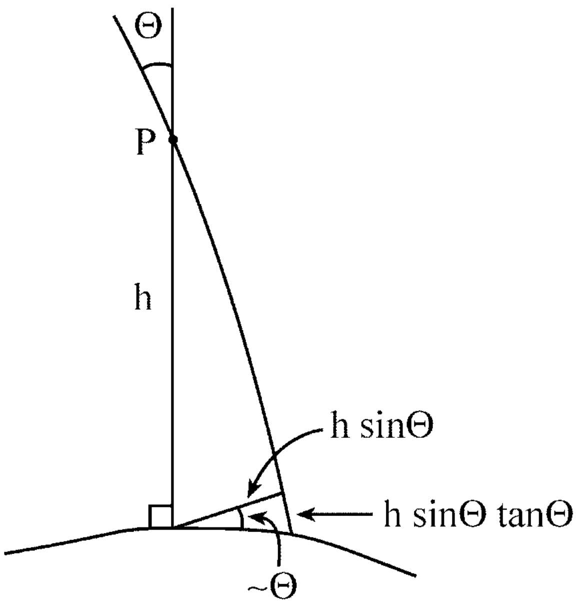
$$\mathrm{NP}_{\mathrm{ij}} = \sum_{k=i}^{j} \frac{g_{\mathrm{k}} - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k + \frac{\overline{\gamma}_{\mathrm{i}} - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \mathrm{H}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{N}} - \frac{\overline{\gamma}_{\mathrm{j}} - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \mathrm{H}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{N}}$$

- V praksi računamo srednjo vrednost normalne težnosti na odseku normalne težiščnice po enačbi:

$$\overline{\gamma} = \gamma_0 \left[1 - \left(1 + f + m - 2f \sin^2 \phi \right) \frac{h}{a} + \frac{h^2}{a^2} \right]$$

Razlika med navpičnico in normalo

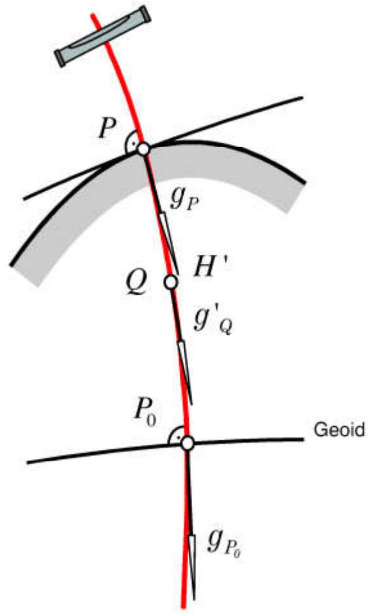
- Geometrično se različne višine nanašajo na odseke različnih "težiščnic". Predvsem je razlika med navpičnico in normalo na elipsoid pri ortometričnih in normalnih višinah.
- Razlika med odsekom normale in navpičnice je sorazmerna velikosti odklona navpičnice:
- $\delta h \approx h \sin \Theta \tan \Theta$
- Tudi pri ekstremnih odklonih:
  - $\Theta = 1', h = 10\,000 \text{ m} \Rightarrow \delta h < 1 \text{ mm}.$



Srednja vrednost težnosti vzdolž težiščnice

- Srednjo vrednost g-ja vzdolž težiščnice lahko izračunamo samo z uvajanjem predpostavk o gostoti Zemljne notranjosti.
- Izračun povprečnega g-ja v treh korakih (redukcija merjenega g-ja):

težnost merjena v točki P:	g_P
1. odstranimo Bouguerovo ploščo	$-0{,}1119(H_P - H_Q)$
2. redukcija prostega zraka iz P v Q	$+0{,}3086(H_P - H_Q)$
3. povrnemo Bouguerovo ploščo	$-0{,}1119(H_P - H_Q)$
	$g_Q = g_P + 0{,}0848(H_P - H_Q)$



- Če redukcijo Poincare-Preya uporabimo v enačbi za ortometrično višino (Q je na polovici med geoidom in površjem Zemlje):

$$H_i = \frac{C_i}{\bar{g}_i{}'}$$

dobimo Helmertovo enačbo za ortometrične višine:

$$H = \frac{C}{g + 0{,}04235H}$$